Таблица оригиналов и изображений (преобразование Лапласа)

Данный справочный материал несколько отличается от стандартной таблицы преобразования Лапласа, которую можно найти в различных источниках. По содержанию и обозначениям **таблица оптимизирована под решение конкретных практических задач** – нахождение частного решения дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом операционного исчисления, а также решения аналогичной задачи для системы ДУ.

Используемые обозначения:

$x(t),\ x'(t),\ x''(t)$ – функция, первая производная и вторая производная;

$x(0),\ x'(0)$ – начальные условия дифференциального уравнения;

$a,\ b$ – константы;

n – целая неотрицательная степень.

Для удобства таблица содержит как преобразование Лапласа, так и обратное преобразование Лапласа:

№	**Переход от оригиналов к изображениям (прямое преобразование Лапласа L)**	**Переход от изображений к оригиналам (обратное преобразование Лапласа L^{-1})**
1.	$x(t)\overset{L}{\to}X(p)$	$X(p)\overset{L^{-1}}{\to}x(t)$
2.	$x'(t)\overset{L}{\to}pX(p)-x(0)$	*На практике вряд ли потребуется*
3.	$x''(t)\overset{L}{\to}p^2X(p)-p\cdot x(0)-x'(0)$	*На практике вряд ли потребуется*
4.	$t^n\overset{L}{\to}\dfrac{n!}{p^{n+1}}$ В частности: $1\overset{L}{\to}\dfrac{1}{p}$ $t\overset{L}{\to}\dfrac{1}{p^2}$ $t^2\overset{L}{\to}\dfrac{2}{p^3}$ $t^3\overset{L}{\to}\dfrac{6}{p^4}$	$\dfrac{1}{p^n}\overset{L^{-1}}{\to}\dfrac{1}{(n-1)!}t^{n-1}$ В частности: $\dfrac{1}{p}\overset{L^{-1}}{\to}1$ $\dfrac{1}{p^2}\overset{L^{-1}}{\to}t$ $\dfrac{1}{p^3}\overset{L^{-1}}{\to}\dfrac{1}{2}t^2$ $\dfrac{1}{p^4}\overset{L^{-1}}{\to}\dfrac{1}{6}t^3$

Памятка по факториалам:

$0!=1$

$1!=1$

$2!=1\cdot 2=2$

$3!=1\cdot 2\cdot 3=6$

$4!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4=24$

…

© https://mathprofi.ru Высшая математика – просто и доступно!

№	**Переход от оригиналов к изображениям (прямое преобразование Лапласа L)**	**Переход от изображений к оригиналам (обратное преобразование Лапласа L^{-1})**
5.	$t^n e^{at} \xrightarrow{L} \frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$ В частности: $e^{at} \xrightarrow{L} \frac{1}{p-a}$ $te^{at} \xrightarrow{L} \frac{1}{(p-a)^2}$ $t^2 e^{at} \xrightarrow{L} \frac{2}{(p-a)^3}$ $t^3 e^{at} \xrightarrow{L} \frac{6}{(p-a)^4}$ …	$\frac{1}{(p-a)^n} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$ В частности: $\frac{1}{p-a} \xrightarrow{L^{-1}} e^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^2} \xrightarrow{L^{-1}} te^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^3} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{2} t^2 e^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^4} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{6} t^3 e^{at}$ …
6.	$\sin bt \xrightarrow{L} \frac{b}{p^2+b^2}$	$\frac{1}{p^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{b} \sin bt$
7.	$\cos bt \xrightarrow{L} \frac{p}{p^2+b^2}$	$\frac{p}{p^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \cos bt$
8.	$t \sin bt \xrightarrow{L} \frac{2pb}{(p^2+b^2)^2}$	$\frac{p}{(p^2+b^2)^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{2b} t \sin bt$
9.	$t \cos bt \xrightarrow{L} \frac{p^2-b^2}{(p^2+b^2)^2}$	$\frac{p^2-b^2}{(p^2+b^2)^2} \xrightarrow{L^{-1}} t \cos bt$
10.	$e^{at} \sin bt \xrightarrow{L} \frac{b}{(p-a)^2+b^2}$	$\frac{1}{(p-a)^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{b} e^{at} \sin bt$
11.	$e^{at} \cos bt \xrightarrow{L} \frac{p-a}{(p-a)^2+b^2}$	$\frac{p-a}{(p-a)^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} e^{at} \cos bt$